



### Sèrie 3

#### Part 1

**Resoleu QUATRE de les cinc qüestions proposades.**

[4 punts: 1 punt per cada qüestió]

#### Qüestió 1.

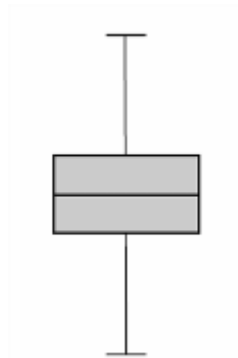
Construeix una distribució de freqüències d'una variable que prengui cinc valors i que tingui tres modes.

SOLUCIÓ: Per exemple:

$X_i$	$n_i$
0	5
1	15
2	15
3	15
4	5

#### Qüestió 2.

En el següent diagrama de caixa i bigotis, a quins valors (en general) corresponen les tapes inferior i superior de la caixa ?



SOLUCIÓ:

La tapa inferior és el quartil 1 i la tapa superior el quartil 3

#### Qüestió 3.

Les següents set dades corresponen a les puntuacions obtingudes en un test:

10, 25, 17, 32, 15, 22, 33

Quin valor té la mediana ?

SOLUCIÓ: La mediana pren el valor 22.



**Qüestió 4**

En la següent distribució bidimensional calculeu la distribució marginal de la variable X.

		Variable X		
		1	2	3
Variable Y	10	2	3	5
	20	5	5	10
	30	0	10	10

SOLUCIÓ: Fent les sumes per columnes s'obté:

$X_i$	$n_i$
1	7
2	18
3	25
N=	50

**Qüestió 5**

Si una variable X té distribució normal amb mitjana  $\mu$  i variància  $\sigma^2$ , quina és la probabilitat que la variable prengui un valor inferior a la mitjana ?

SOLUCIÓ:

La probabilitat que hi ha per sota la mitjana d'una distribució normal és del 50 % doncs és una distribució simètrica respecte la mitjana.

**Part 2**

**Resoleu, indicant sempre les operacions o explicant raonadament les respostes, DOS dels tres problemes següents.**

[6 punts: 3 punts per cada problema]

**Problema 1**

La següent taula recull informació sobre el salari mensual (en centenars d'euros) que perceben els treballadors de dues empreses:

Empresa A		Empresa B	
Salari mensual	Freqüència	Salari mensual	Freqüència
$X_i$	$n_i$	$Y_i$	$n_i$
7	10	9	10
8	15	10	15
9	40	11	40
10	25	12	25
11	10	13	10



- a) Calculeu la mitjana aritmètica, la variància i la desviació estàndard de la variable "salari mensual " per l'empresa A. (1,5 punts)
- b) En quina empresa hi ha més treballadors que tinguin un salari mensual igual o superior a 1000 euros ? (0,75 punts)
- c) Si en l'empresa B la mitjana del salari mensual és 11,1 i la variància val 1,19, en quina empresa el salari mensual mitjà és més representatiu ? (0,75 punts)

SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts). Mitjana aritmètica:0,5 punts; variància:0,75 punts; desviació estàndard:0,25 punts.

$X_i$	$n_i$	$X_i \cdot n_i$	$X_i^2 \cdot n_i$
7	10	70	490
8	15	120	960
9	40	360	3240
10	25	250	2500
11	10	110	1210
	100	910	8400

Mitjana aritmètica:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot n_i}{n} = \frac{910}{100} = 9,1$$

Variància:

$$S_X^2 = \frac{\sum X_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{X}^2 = \frac{8400}{100} - 9,1^2 = 1,19$$

Desviació estàndard:  $S_X = \sqrt{1,19} = 1,0909$

- b) (0,75 punts).

En l'empresa B, on hi ha 90 treballadors. En canvi en la A n'hi ha 35.

- c) (0,75 punts)

Es tracta de calcular el coeficient de variació.

$$V_A = \frac{1,0909}{9,1} = 0,1198 \quad V_B = \frac{1,0909}{11,1} = 0,0982$$

És més representatiu el de l'empresa B, al tenir un coeficient de variació menor.



**Problema 2**

S'ha demanat a quaranta famílies dades sobre el nombre de fills que tenen cadascuna (variable X) i sobre el nombre d'habitacions que hi ha a la seva vivenda. Les dades es recullen a la següent taula:

		Variable X		
		1	2	3
Variable Y	2	10	5	0
	3	5	5	10
	4	0	0	5

- a) Determineu la distribució marginal de cada variable i la mitjana de cada variable. (1,5 punts)
- b) Determineu la covariància entre les dues variables. Interpreteu el signe de la covariància. (1,5 punts)

SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts) Distribució marginal de cada variable (0,25 cadascuna); mitjana de cada variable (0,5 cadascuna)

Xi	ni	Xi*ni
1	15	15
2	10	20
3	15	45
N=	40	80

$$\bar{X} = \frac{80}{40} = 2$$

Yj	ni	Yj*nj
2	15	30
3	20	60
4	5	20
N=	40	110

$$\bar{Y} = \frac{110}{40} = 2,75$$

b) (1,5 punts) Càlcul de la covariància (1 punt); interpretació (0,5 punts)

$$\sum X_i * Y_j * n_{ij} = 235$$

$$S_{XY} = \frac{235}{40} - 2 * 2,75 = 0,375$$

El signe positiu de la covariància indica una relació directa entre les dues variables.

### Problema 3

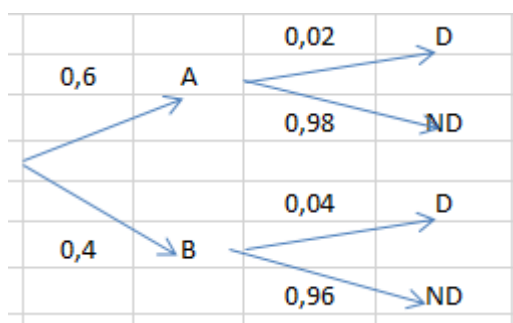
Una fàbrica disposa de dues màquines que produeixen envasos. La màquina A produeix el 60 % dels envasos mentre que la màquina B en produeix el 40 %. A més se sap que la màquina A produeix el 2 % d'envasos defectuosos, mentre que la màquina B produeix el 4 % d'envasos defectuosos.

- a) Dibuixeu el diagrama d'arbre i les seves probabilitats (1,5 punts)  
 b) Si escollim un envàs a l'atzar i resulta que és defectuós, quina és la probabilitat de que l'hagi produït la màquina A ? (1,5 punts)

SOLUCIÓ:

a) (1,5 punts) . Diagrama 0,75 punts; Probabilitats 0,75 punts

A: màquina A  
 B: màquina B  
 D: envàs defectuós  
 ND: envàs no defectuós



b) (1,5 punts) Plantejament i desenvolupament correcte 1 punt; càlculs 0,5 punts

$$P(A/D) = \frac{P(A).P(D/A)}{P(A).P(D/A) + P(B).P(D/B)} = \frac{0,6 * 0,02}{0,6 * 0,02 + 0,4 * 0,04} = 0,4286$$