

COMPETÈNCIA LOGICOMATEMÀTICA

Normes generals de correcció:

- La prova s'estructura en dues seccions. Una **primera secció** amb 10 qüestions de resposta immediata i una **segona secció** que inclou 5 problemes que s'han de resoldre responant a les 10 altres qüestions associades.
- Cada qüestió de la **primera secció** ha de ser valorada en funció de la resposta que s'hagi escrit al quadern de la prova dins l'espai de resposta habilitat, amb un 1 = resposta correcta, 0 = resposta incorrecta. No es contemplen casos de valoració intermèdia i no es valora el procés de resolució.
- Cada qüestió de la **segona secció** té assignada una puntuació màxima de 1,5 punts. Es valorarà tant la validesa de la resposta com del procés de resolució utilitzat. La valoració d'aquestes qüestions es mouran dins el rang de 0 punts fins a 1,5 punts, tenint en compte ambdós aspectes.
- Els criteris de correcció, posats a disposició dels correctors, posen èmfasi especial en donar indicacions als correctors per a poder valorar la **segona secció** desglossant en quins casos es pot donar una puntuació d'entre: 0 | 0,5 | 1 | 1,5.
- En el present document es **donen respostes i es descriuen exemples de processos de resolució que s'han considerat vàlids**.
- La puntuació màxima de la prova és de **25 punts**. La puntuació sobre 10 es determina de forma proporcional.

Qüestió	Tipus	Resposta correcta	Puntuació	Observacions
Primera secció				
1	Immediata	4,1 cm 4,1	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
2	Immediata	41,5 € 41,5	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
3	Immediata	8,137	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
4	Immediata	1 quadrat blanc 1 de color gris	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
5	Immediata	164,4 kg o 164,4	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
6	Immediata	40% de descompte 40% 0,4	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
7	Immediata	1/16 o ¼¼ 0,0625 o 0,06	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
8	Immediata	600 g 600	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
9	Immediata	875000 cm³ o 875000 o expressions equivalents en altres unitat³	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
10	Immediata	3 arquers 3 en total	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Segona secció				
11	Oberta	27,27% S 27% ≤ Resposta ≤ 28%	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
12	Oberta	Resposta entre 16h i 17h	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
13	Oberta	Pas 5: 20 gomets, Pas 6: 24 gomets	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
14	Oberta	No, no es pot construir	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
15	Oberta	26 cm² o 26	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
16	Oberta	La segona opció de 20 cm	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
17	Oberta	La taula de doble entrada es completa correctament a partir de la lectura del gràfic	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
18	Oberta	El noi	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
19	Oberta	Dels 4 als 12 anys o dels 4 anys a l'actualitat	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
20	Oberta	Falsa	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció

Primera secció

Les 10 primeres qüestions que componen la primera secció tenen la correcció següent:

1 punt: Resposta correcta

0 punts: Resposta incorrecta

La taula precedent presenta un **resum de les respostes que es poden considerar correctes**. En cas que el corrector hagi considerat que el candidat ha donat una *resposta correcta i equivalent a les exemplificades*, pot atorgar-li la puntuació màxima d'1 punt.

Segona secció

Aquesta secció conté **cinc problemes**, cadascun dels quals inclou dues qüestions. S'ha valorat tant la resposta a cada qüestió com el procés seguit per a resoldre-la. Cada qüestió té assignada una **puntuació màxima de 1,5 punts**. En termes general, la puntuació es distribueix de la següent forma:

1,5 punts: Dona una resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte,

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada o incompleta,

0,5 punt: Dona la resposta correcta però aporta una justificació poc precisa,

0 punts: Resta de casos.

Com que cada problema, i cada qüestió, té característiques diferents, es mostren a continuació les respostes correctes i **exemples de processos de resolució considerats correctes** en la valoració de cada qüestió.

Segona secció

Aquesta secció conté cinc problemes, cadascun dels quals inclou dues qüestions. Cada qüestió té assignada una puntuació màxima d'1,5 punts.

Es valorarà el resultat de cada qüestió i, principalment, el procés de resolució que s'hagi seguit. Per tant, caldrà que doneu la resposta i la justificació amb explicitació del procés de resolució utilitzat. Escriviu les respostes i les justificacions en l'espai assignat.

Problema 1

Un kilowatt hora (kWh) és una unitat que indica que es gasten 1.000 watts (1.000 watts = 1 kilowatt) d'electricitat sense interrupció durant 1 hora.

El mes de gener del 2021 el preu del kilowatt hora (kW h) va arribar al seu màxim històric, concretament a 16,8 cèntims d'euro, mentre que en el mateix període de l'any 2020 costava 13,2 cèntims d'euro.

Q11. Quin va ser l'increment del preu de la llum del 2020 al 2021 expressat en percentatge? Justifiqueu la resposta.

Resposta: 27,27% | S'admeten $27\% \leq \text{Resposta} \leq 28\%$.

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Es fa una regla de tres $\left\{ \begin{array}{l} 13,2 \rightarrow 100\% \\ 16,8 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = 27,27\%$
- Es planteja i resol la següent equació:

$$13,2 + 13,2 \cdot \frac{x}{100} = 16,8 \Rightarrow x = 27,27\%$$
- Es compara l'augment amb el preu inicial:

$$\frac{16,8 - 13,2}{13,2} = \frac{3,6}{13,2} = \frac{36}{132} = \frac{3}{11} = 0,2727$$
- S'admet una resposta aproximada entre 27% i 28%

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada¹

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, els quals queden explícits, però pot tenir alguna errada de càlcul, donant una resposta aproximada dins de l'interval acceptat següent:

$$25\% \leq \text{Resposta} \leq 30\%$$

O bé, diu que l'increment és de 0,27 (sense expressar-lo en %).

¹ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Q12. La Martina té a casa un forn elèctric que consumeix 1 kW h. Si considerem que la Martina va pagar 10 € de consum d'electricitat del forn elèctric tant el gener del 2020 com el gener del 2021, quantes hores més el va poder tenir encès el 2020 respecte del 2021? Justifiqueu la resposta.

Resposta: Resposta entre 16h i 17h

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Es calculen les hores de cada any, 2020 i 2021 respectivament:

$$\text{Hores al 2020} = \frac{10}{0,132} = \frac{1000}{13,2} = \frac{10000}{132} = 75,7 \text{ h} \cong 76 \text{ h}$$

$$\text{Hores al 2021} = \frac{10}{0,168} = \frac{1000}{16,8} = \frac{10000}{168} = 59,6 \text{ h} \cong 60 \text{ h}$$

- Es calculen les hores d'encesa al 2020 i fent la regla de 3:

$$\left\{ \begin{array}{l} 76 \text{ h} \rightarrow 127,27\% \\ x \rightarrow 100\% \end{array} \right\} \Rightarrow x = 59,5 \text{ h} \cong 60 \text{ h}$$

I, en qualsevol dels procediments, s'acaba calculant la diferència:

$$75,7 \text{ h} - 59,5 \text{ h} = 16,2 \text{ h} \text{ o } 76 \text{ h} - 60 \text{ h} = 16 \text{ h}$$

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada²

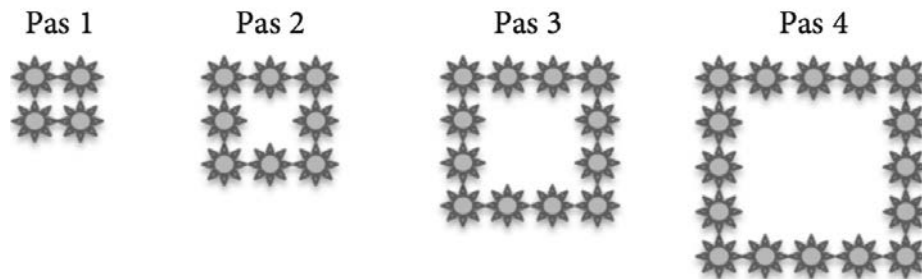
- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, els quals queden explícits, però pot tenir alguna errada de càlcul, donant una resposta aproximada dins de l'interval acceptat següent:

$$12 \text{ h} \leq \text{Resposta aproximada} \leq 20 \text{ h}$$

² S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Problema 2

Considereu el patró geomètric següent, en el qual, en cada pas, s'afegeix un gomet amb forma de flor a cadascun dels costats del quadrat:



Q13. Completeu la taula següent indicant el nombre de gomets que formaran la figura en el pas 5 i en el pas 6, si se segueix el mateix patró de construcció que s'ha utilitzat fins ara. Justifiqueu les respostes.

Resposta: Pas 5: 20 gomets, Pas 6: 24 gomets

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

Es donen i justifiquen les respostes explicitant un procediment del tipus:

- Tècnica gràfica o dibuix del patró geomètric de construcció, incloent la justificació oportuna.
- Raonament pre-algebraic del patró geomètric i numèric detectat: “sumem 4 al nombre de gomets del pas anterior”; “multipliquem per 4 el pas en el que estem”, etc.
- Construcció d'una taula on es relacionin: pas, nombre de gomets i anàlisi numèrica del patró (+4 el pas anterior, *4 pel pas)
 - Deducció a partir de l'expressió algebraica del patró, del tipus, per exemple: Nombre gomets $(n) = 4.n$ amb n el pas en el que estem

Q14. Seguint el mateix patró, es podria construir una figura formada exactament per 546 gomets? Si fos així, en quin pas s'aconseguiria? Justifiqueu la resposta.

Resposta: No, no es pot construir

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Deducció a partir d'una taula on es relacionin correctament: pas, nombre de gomets i anàlisi numèrica del patró (+4 el pas anterior, *4 pel pas) i acotació dels 546 gomets entre els passos 136 i 137.

- Raonament pre-algebraic del patró geomètric i numèric detectat: “Hem de poder dividir entre 4 en nombre de gomets que es proposa”, “anem restant successivament 4 al nombre de gomets proposat”; etc.
- Usant l’expressió algebraica del patró trobat a Q13, del tipus:

Nombre gomets (n) = $4 \cdot n$ amb n el pas en el que estem i deduïnt entre quins passos ($n = 136$ i $n = 137$) acoten el nombre de gomets donats, però cap d’ells dona exactament 546 gomets.

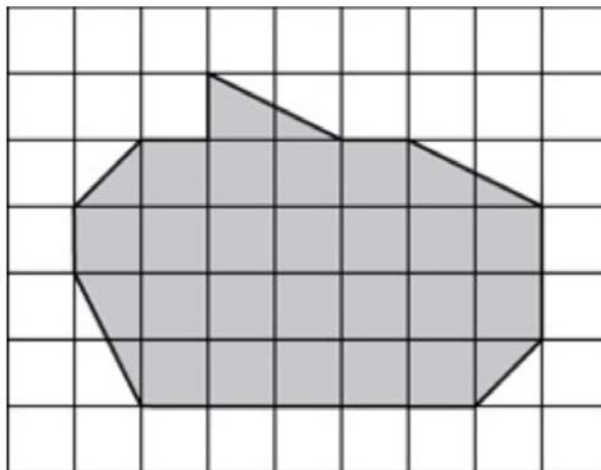
1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada ³
--

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior. Però no acaba donant resposta a la pregunta formulada per Q14, per exemple responnent: “Arribem al pas 136 i ens en sobren 2 de gomets”; Amb 548 gomets, arribaríem al pas 137”, entre altres possibilitats.

³ S’exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s’ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s’han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Problema 3

Observeu la figura següent, dibuixada i pintada de color gris sobre una quadrícula formada per quadrats d'1 cm de costat:



Q15. Calculeu l'àrea d'aquesta figura. Justifiqueu la resposta.

Resposta: 26 cm² o 26

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Recompte de quadrats sencers i quadrats incomplets o triangles que componen la figura pintada de color gris. I, càlcul de l'àrea sumant les àrees dels quadrats sencers i les àrees dels quadrats o rectangles incomplets o triangles: $\frac{1}{2}$ cm² i 1 cm² respectivament.
- Descomposició en figures simples o recerca de simetries i recompte correcte de l'àrea total.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada⁴

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, però es dona una resposta aproximada amb ± 1 cm² derivat d'errors en sumar totes les parts en que s'hagi dividint la figura, tot i estar indicada en el procés de resolució.

$$25 \text{ cm}^2 \leq \text{Resposta aproximada} \leq 27 \text{ cm}^2$$

⁴ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Q16. Quin dels valors següents s'acosta més al perímetre d'aquesta figura? Marqueu amb una creu una de les opcions i justifiqueu la resposta.

Resposta: La segona opció de 20 cm (amb exactament 20,54 cm de perímetre)

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Indica la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Descomposició de la figura per a facilitar el càlcul del seu perímetre en, per exemple:
 - Perímetre acumulat per: costats dels quadrats sencers (11 cm) + aproximació de les diagonals dels triangles per $2\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ cm.

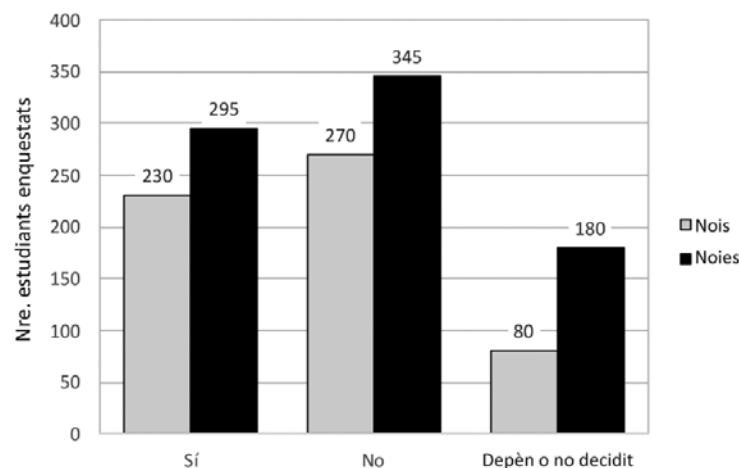
1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada⁵

- S'utilitzen els mateixos processos de resolució considerats correctes en el cas anterior, però es cometen errors en l'aproximació (o arrodoniment sense cap decimal) que li pot comportar que esculli la primera opció (18 cm) o tercera opció (22 cm).

⁵ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Problema 4

El mes de novembre del 2020, el baròmetre del CIS (Centre d'Investigacions Sociològiques) va publicar una estadística sobre la intenció de la població de vacunar-se contra la COVID-19. Alguns dels estudiants de la facultat hi van participar. L'enquesta preguntava si es vacunarien quan estigués llesta la vacuna. Es podia respondre que sí, que no o que depenia o encara no ho tenien decidit. Per saber si hi havia diferències entre el que pensaven els nois i les noies, també els van demanar el sexe. Els resultats de les enquestes fetes als estudiants es mostren en el gràfic següent:



Q17. Completeu la taula de freqüències següent a partir de les dades del gràfic i calculeu els totals de les diferents files i columnes.

Resposta: La taula de doble entrada es completa correctament a partir de la lectura del gràfic

	<i>Sí</i>	<i>No</i>	<i>Depèn o no decidit</i>	<i>Total</i>
Nois	230	270	80	580
Noies	295	345	180	820
Total	525	615	260	1400

Justificació:

1,5 punts: La taula de doble entrada es completa correctament, fent servir una lectura gràfica i numèrica correcta

- Es llegeixen correctament les dades en el diagrama de barres i les situa a les posicions adequades a la taula de doble entrada [0,5 punts]
- Calcula correctament els totals de les 2 files (Nois i Noies) [0,5 punts]
- Calcula correctament els totals de les 2 columnes (Sí i No) [0,5 punt]

Q18. Segons aquestes dades, quin col·lectiu tenia ja decidit, en major proporció, si es vacunaria o no es vacunaria: els nois o les noies? Justifiqueu la resposta.

Resposta: Els nois o el col·lectiu dels nois

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

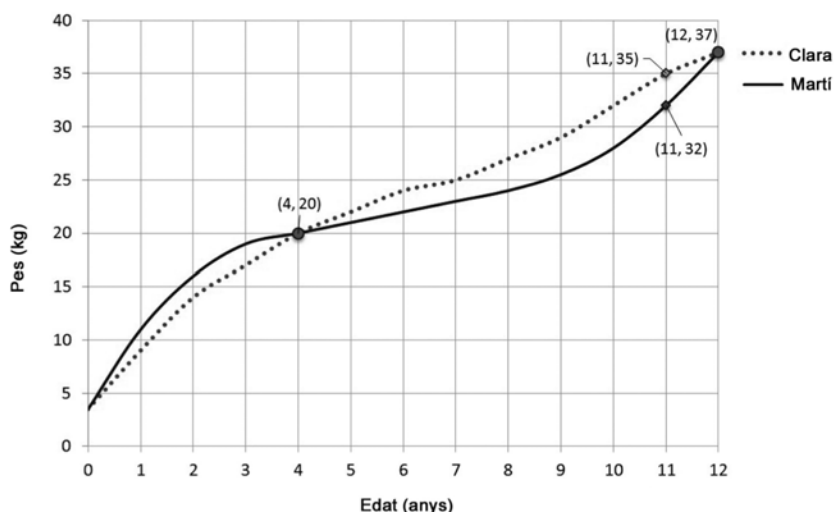
1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Es calcula, s'interpreta i es compara la proporció de nois i noies que ja han decidit que SÍ que es vacunarien o que NO es vacunaria (resultant de sumar les dues columnes del Sí i No) quan la vacuna estigui llesta, per exemple:
 - $500/580 = 50/58 = 0,86$ (o 86%) $> 640/820 = 64/82 = 0,78...$ (o 78%)
 - Es comparen les fraccions i es conclou que: $500/580 > 640/820$ o que $410000 > 371200$

Problema 5

Els pares de la Clara i en Martí han anat apuntant any rere any el pes que guanyaven els seus fills fins al dia d'avui, que tenen 12 anys. La gràfica següent mostra les corbes de l'evolució del pes dels dos germans, que quan van néixer pesaven el mateix: 3,50 kg.



Q19. En quina franja d'edat la Clara ha pesat més que el seu germà? Justifiqueu la resposta.

Resposta: Dels 4 als 12 anys o dels 4 anys a l'actualitat

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Resolució gràfica de l'interval edat (en anys) la corba d'evolució del pes de la Clara supera a la d'en Martí. Cal trobar-ne rastre i justificació gràfica en l'enunciat de la prova.
- Resolució numèrica-gràfica on es descriu les tres edats en què han pesat igual: als 0 anys o amb el pes del naixement, als 4 anys i als 12 anys; i comparació gràfica i/o numèrica que a partir dels 4 anys fins als 12 la corba d'evolució del pes de la Clara supera a la d'en Martí (o a l'inrevés).

Q20. Diguen si l'afirmació següent és vertadera o falsa: «En l'últim any, dels 11 als 12 anys, els dos germans han augmentat de pes més d'un 20 % cadascun.» Justifiqueu la resposta.

L'afirmació és **falsa**

Justificació: Exemples de processos de resolució per a justificar la falsedat de l’afirmació:

1,5 punts: Es fa servir un procés de resolució correcte
per a justificar que l’afirmació és falsa

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment del tipus:

- Calcula el percentatge d’augment o variació del pes d’un o dels dos infants entre els 11 i 12 anys i els sap interpretar per refutar la validesa de l’afirmació donada. Per exemple, en el cas del Martí:
 - $37/32 = 1,15$; vol dir un augment aproximat del 15% en el cas d’en Martí
 - $32 \rightarrow 100\%$, $37 \rightarrow x$, $x = 115\%$, vol dir un augment de pes del 15% en el cas d’en Martí
 - Un augment del 20% vol dir $32\text{kg} \times 0,2 = 6,4\text{ kg}$, vol dir passar de 32 kg a 38,4 kg, i pesa 37 kg.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada⁶

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, però:
 - No acaba de decidir sobre la falsedat de l’afirmació, per exemple: “Sols calcula el percentatge d’augment o variació del pes d’un dels infants, entre els 11 i 12 anys i el sap interpretar, però no acaba de decidir sobre la falsedat de l’afirmació”.

⁶ S’emplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s’ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s’han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Taula de conversió de les qualificacions

Qualificació sobre 25	Qualificació sobre 10	Qualificació final arrodonida
0	0,0	0
0,5	0,2	0
1	0,4	0,5
1,5	0,6	0,5
2	0,8	1
2,5	1,0	1
3	1,2	1
3,5	1,4	1,5
4	1,6	1,5
4,5	1,8	2
5	2,0	2
5,5	2,2	2
6	2,4	2,5
6,5	2,6	2,5
7	2,8	3
7,5	3,0	3
8	3,2	3
8,5	3,4	3,5
9	3,6	3,5
9,5	3,8	4
10	4,0	4
10,5	4,2	4
11	4,4	4,5
11,5	4,6	4,5
12	4,8	5
12,5	5,0	5
13	5,2	5
13,5	5,4	5,5
14	5,6	5,5
14,5	5,8	6
15	6,0	6
15,5	6,2	6
16	6,4	6,5
16,5	6,6	6,5
17	6,8	7
17,5	7,0	7
18	7,2	7
18,5	7,4	7,5
19	7,6	7,5
19,5	7,8	8
20	8,0	8
20,5	8,2	8
21	8,4	8,5
21,5	8,6	8,5
22	8,8	9
22,5	9,0	9
23	9,2	9
23,5	9,4	9,5
24	9,6	9,5
24,5	9,8	10
25	10,0	10