

EXERCICI 1

a)

Trobar l'expressió de la velocitat orbital

0,5 p. Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre la caixa degut a l'atracció de la Terra és:

$$F = G \frac{M_{ca} M_T}{r^2}$$

La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{ca} \vec{a}$

D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de la Terra, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$.

Com que sobre la caixa sols actua la força de la gravetat:

$$G \frac{M_{ca} M_T}{r^2} = M_{ca} v^2 / r \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

0,25 p. El radi $r = 6,37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 = 6,77 \cdot 10^6$ m. Utilitzant l'expressió, obtenim el valor de la velocitat orbital de la caixa:

$$v_{ca} = \sqrt{G \frac{M_T}{r}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,77 \cdot 10^6}} = 7,68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

0,5 p El nombre de voltes al voltant de la Terra que fa la caixa durant un dia. Hem de comparar els dos temps.

$$\text{El període de la caixa: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6,77 \cdot 10^6}{7,68 \cdot 10^3} = 5,54 \cdot 10^3 \text{ s.}$$

$$\text{I un dia amb segons: } t_{dia} = 24 \text{ h} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 86,4 \cdot 10^3 \text{ s.}$$

$$\text{I el nombre de voltes: } n_{voltes/dia} = \frac{t_{dia}}{T} = \frac{86,4 \cdot 10^3}{5,54 \cdot 10^3} = 15,6 \text{ voltes.}$$

b)

0,5 p. Calculem l'energia mecànica inicial a l'òrbita de 280 km d'altura: radi $r = 6,37 \cdot 10^6 + 2,8 \cdot 10^5 = 6,65 \cdot 10^6$ m.

L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i potencial:

$$E_{m ini} = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_{EEI} v^2 - G \frac{M_{EEI} M_T}{r} = \frac{1}{2} M_{EEI} G \frac{M_T}{r} - G \frac{M_{EEI} M_T}{r} = -G \frac{M_{EEI} M_T}{2r}$$
$$E_{m ini} = -G \frac{M_{EEI} M_T}{2r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{4,3 \cdot 10^5 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 6,65 \cdot 10^6} = -1,29 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

0,25 p. El signe negatiu de l'energia mecànica indica que l'EEI està seguint una òrbita tancada (o lligada) al voltant de la Terra.

0,5 p. Sense tenir en compte l'atmosfera, es conservarà l'energia mecànica durant la caiguda, $E_{m ini} = E_{m fi}$ i l'energia mecànica final és $E_{m fi} = E_{c fi} + E_{p fi}$. Per tant, l'energia cinètica final amb què impactarà a l'aigua serà: $E_{c fi} = E_{m fi} - E_{p fi} = E_{m ini} - E_{p fi}$.

L'energia potencial final:

$$E_{p fi} = -G \frac{M_{EEI} M_T}{R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{4,3 \cdot 10^5 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6} = -2,69 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

Per tant, l'energia cinètica final amb què impacta a l'aigua serà:

$$E_{c fi} = E_{m fi} - E_{p fi} = -12,896 \cdot 10^{12} + 26,925 \cdot 10^{12} \text{ J} = 1,40 \cdot 10^{13} \text{ J}$$