

EXERCICI 1, opció 1)

a)

Per trobar l'expressió de la velocitat orbital:

0,10 punts Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el satèl·lit a causa de l'atracció de Mercuri és:

$$F = G \frac{M_{MPO} M_M}{r^2}$$

0,10 punts La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{MPO} \vec{a}$

0,15 punts D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de Mercuri, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$

0,15 punts Com que sobre el satèl·lit només hi actua la força de la gravetat:

$$G \frac{M_{MPO} M_M}{r^2} = M_{MPO} v^2 / r \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M_M}{r}}$$

0,25 punts Utilitzant l'expressió obtenim el valor de la velocitat orbital per al MPO:

$$v_{MPO} = \sqrt{G \frac{M_M}{r}} = \sqrt{6,67 \times 10^{-11} \frac{3,285 \times 10^{23}}{3,36 \times 10^6}} = 2,55 \times 10^3 \text{ m/s}$$

0,25 punts Per saber el nombre de voltes que fa el MPO durant un any terrestre hem de comparar els dos temps.

$$\text{El període del MPO: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 3,36 \times 10^6}{2,55 \times 10^3} = 8,28 \times 10^3 \text{ s}$$

0,25 punts I un any amb segons: $t_{any} = 365,25 \text{ dies} \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ dia}} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3,16 \times 10^7 \text{ s}$

$$n_{voltes/any} = \frac{t_{any}}{T} = \frac{3,16 \times 10^7}{8,28 \times 10^3} = 3816 \text{ voltes}$$

b)

0,50 punts L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i la potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_{MPO} v^2 - G \frac{M_{MPO} M_M}{r} = \frac{1}{2} M_{MPO} G \frac{M_M}{r} - G \frac{M_{MPO} M_M}{r} = - \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$$

Càlcul de la massa:

0,50 punts Per escapar del camp gravitatori de Mercuri, l'energia mecànica final ha de ser nul·la. Per tant, l'increment d'energia necessari és:

$$\Delta E_m = E_{m \text{ final}} - E_{m \text{ inicial}} = 0 + \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$$

0,25 punts El màxim increment d'energia mecànica possible és l'energia que pot proporcionar el combustible. Per tant: $\Delta E_m = 4,5 \times 10^9 \text{ J} = \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$

I la massa màxima del MPO: $M_{MPO} = \frac{\Delta E_m 2r}{G M_M} = 1,38 \times 10^3 \text{ kg}$

O alternativament

0,25 punts El treball fet pels motors amb el combustible és igual a l'increment d'energia mecànica $W_{motors} = \Delta E_m$ i, per tant, $W_{motors} = E_{m \text{ final}} - E_{m \text{ inicial}}$

0,50 punts Per tant, $W_{motors} = 4,5 \times 10^9 \text{ J} = 0 + \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$

I la massa màxima del MPO és: $M_{MPO} = \frac{W_{motors} 2r}{G M_M} = 1,38 \times 10^3 \text{ kg}$

EXERCICI 1, opció 2)**a)**

Per trobar l'expressió de la velocitat orbital:

0,10 punts Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre l'EEl és:

$$F = G \frac{M_T M_{EEI}}{r^2}$$

0,10 punts La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{EEI} \vec{a}$ **0,15 punts** D'altra banda, considerant que l'estació espacial descriu un moviment circular uniforme al voltant de la Terra, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$ **0,15 punts** Com que sobre el satèl·lit només hi actua la força de la gravetat:

$$G \frac{M_T M_{EEI}}{r^2} = M_{EEI} v^2 / r \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

0,25 punts Utilitzant l'expressió obtenim el valor de la velocitat orbital per a l'estació espacial:

$$v_{EEI} = \sqrt{G \frac{M_T}{r}} = \sqrt{6,67 \times 10^{-11} \frac{5,98 \times 10^{24}}{4,00 \times 10^5 + 6,37 \times 10^6}} = 7,68 \times 10^3 \text{ m/s}$$

0,25 punts Per saber el nombre de voltes que fa l'estació cada dia hem de comparar els dos temps.

$$\text{El període de l'EEl: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6,77 \times 10^6}{7,68 \times 10^3} = 5,54 \times 10^3 \text{ s}$$

0,25 punts I un dia en segons: $t_{dia} = 24\text{h} \frac{3600 \text{ s}}{1\text{h}} = 8,64 \times 10^5 \text{ s}$

$$n_{voltes/dia} = \frac{t_{dia}}{T} = \frac{8,64 \times 10^5}{5,54 \times 10^3} = 15 \text{ voltes}$$

b)**0,20 punts** L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i la potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_{EEI} v^2 - G \frac{M_T M_{EEI}}{r}$$

0,10 punts La velocitat a la nova òrbita és:

$$v_{EEI} = \sqrt{G \frac{M_T}{r}} = \sqrt{6,67 \times 10^{-11} \frac{5,98 \times 10^{24}}{2,80 \times 10^5 + 6,37 \times 10^6}} = 7,74 \times 10^3 \text{ m/s}$$

0,10 punts L'energia cinètica és:

$$E_c = \frac{1}{2} M_{EEI} v^2 = 1,29 \times 10^{13} \text{ J}$$

0,10 punts L'energia potencial és:

$$E_p = -G \frac{M_T M_{EEI}}{r} = -2,57 \times 10^{13} \text{ J}$$

0,10 punts I l'energia mecànica de l'EEl en aquesta òrbita és:

$$E_m = E_c + E_p = -1,29 \times 10^{13} \text{ J}$$

0,20 punts L'energia mecànica mínima necessària per escapar de l'òrbita de la Terra és 0 J. Atès que l'EEl orbita al voltant de la Terra, la seva energia mecànica ha de ser menor i, per tant, negativa.

0,10 punts L'energia potencial quan l'estació arriba a la superfície de la Terra és:

$$E_p = -G \frac{M_T M_{EEI}}{r} = -2,69 \times 10^{13} \text{ J}$$

0,10 punts Si negligim el fregament, l'energia mecànica es conserva. Llavors:

$$E_c = E_m - E_p = 1,40 \times 10^{13} \text{ J}$$

0,15 punts I, finalment, la velocitat és:

$$v_{EEI} = \sqrt{\frac{2E_c}{M_{EEI}}} = 8,80 \times 10^3 \text{ m/s}$$

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL