

EXERCICI 1

a)

0,5 p. L'energia potencial gravitatòria s'expressa així:

$$E_p = -G \frac{mM_M}{r} \Rightarrow r = -G \frac{mM_M}{E_p}$$

I, si substituïm pels tres valors de la taula, tenim:

Punt	Distància respecte del centre de Mercuri [m]	Energia potencial [J]
1	$-6,67 \cdot 10^{-11} \frac{2700 \cdot 3,285 \cdot 10^{23}}{-1,89 \cdot 10^{10}} = 3,13 \cdot 10^6$	$-1,89 \cdot 10^{10}$
2	$-6,67 \cdot 10^{-11} \frac{2700 \cdot 3,285 \cdot 10^{23}}{-1,35 \cdot 10^{10}} = 4,38 \cdot 10^6$	$-1,35 \cdot 10^{10}$

0,5 p. Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre la *BepiColombo* degut a l'atracció de Mercuri és:

$$F = G \frac{mM_M}{r^2}$$

I la relació entre la força i la intensitat del camp gravitatori és:

$$F = mg$$

Per tant, la intensitat del camp gravitatori és:

$$g = G \frac{M_M}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{G \frac{M_M}{g}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{3,285 \cdot 10^{23}}{3,23}} = 2,60 \cdot 10^6 \text{ m}$$

0,25 p. I l'alçada sobre la superfície és:

$$h = r - R_M = 2,60 \cdot 10^6 - 2,44 \cdot 10^6 = 1,64 \cdot 10^5 \text{ m} = 164 \text{ km}$$

b)

0,75 p. Les distàncies al punt més proper (periastre) i al més allunyat (apoastre) es poden calcular directament a partir de les altures:

$$\begin{aligned} r_A &= (11.600 + 2,44 \cdot 10^3) \cdot 10^3 = 1,404 \cdot 10^7 \text{ m} \\ r_P &= (590 + 2,44 \cdot 10^3) \cdot 10^3 = 3,03 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

El moment angular s'expressa així:

$$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

En què $\vec{r}$ és el vector de posició que apunta del centre de Mercuri a *Mio* i $\vec{v}$ és la velocitat de *Mio*. El mòdul del moment angular s'expressa així:

$$L = m r v \sin\theta$$

En què θ és l'angle que formen $\vec{r}$ i $\vec{v}$. Com al periastre i a l'apoastre, $\vec{r}$ i $\vec{v}$ són perpendiculars: $\theta = \pi/2$ i $\sin\theta = 1$.

Per tant, si impossem la conservació del moment angular entre el periastre i l'apoastre, tenim:

$$m r_P v_P = m r_A v_A \Rightarrow v_P = v_A \frac{r_A}{r_P} = 2,64 \cdot 10^3 \frac{1,404 \cdot 10^7}{3,03 \cdot 10^6} = 1,22 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

0,5 p. El mòdul de l'acceleració normal és: $a = \frac{v^2}{r}$

En una òrbita el·líptica, com que el mòdul de la velocitat canvia en els diferents punts de l'òrbita, i també varia la distància entre l'òrbita i el planeta, també canviarà el valor de l'acceleració normal.

A partir del principi de conservació del moment angular, hem vist que la velocitat del satèl·lit serà màxima en el punt més proper al planeta (punt P). Aquest punt també correspon a la distància mínima entre el satèl·lit i el planeta. Com que l'acceleració normal és $a = \frac{v^2}{r}$, al punt P , v és màxima i r és mínima; llavors l'acceleració normal prendrà el seu valor màxim.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL