Sèrie 1

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. *Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.*
2. *Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la conceptualització segons l'enunciat.*
3. *En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.*
4. *Les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació es pot valorar amb un 0.*
5. *Un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.*
6. *Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.*
7. *Un o més errors d'unitats o no posar-les (resultats intermedis i finals) en un problema es penalitzaran amb 0,25 punts en aquest problema.*
8. *Cal resoldre els exercicis fins al final i no es poden deixar indicades les operacions.*
9. *Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.*
10. *Un o més resultats amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) o amb només una xifra significativa es penalitzarà amb 0,1 p. en aquest problema.*

EXERCICI 1

a)

Trobar l'expressió de la velocitat orbital

0,5 p. Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre la caixa degut a l'atracció de la Terra és:

$$F = G\,\frac{M_{ca} M_T}{r^2}$$

La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{ca}\vec{a}$

D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de la Terra, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$.

Com que sobre la caixa sols actua la força de la gravetat:

$$G\,\frac{M_{ca} M_T}{r^2} = M_{ca} v^2/r \Rightarrow v = \sqrt{G\,\frac{M_T}{r}}$$

0,25 p. El radi $r = 6{,}37 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 = 6{,}77 \cdot 10^6$ m. Utilitzant l'expressió, obtenim el valor de la velocitat orbital de la caixa:

$$v_{ca} = \sqrt{G\,\frac{M_T}{\mathrm{r}}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}77 \cdot 10^6}} = 7{,}68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

0,5 p El nombre de voltes al voltant de la Terra que fa la caixa durant un dia. Hem de comparar els dos temps.

El període de la caixa: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\, 6{,}77 \cdot 10^6}{7{,}68 \cdot 10^3} = 5{,}54 \cdot 10^3$ s.

I un dia amb segons: $t_{dia} = 24\text{ h}\,\frac{3600\text{ s}}{1\text{h}} = 86{,}4 \cdot 10^3\ s$.

I el nombre de voltes : $n_{voltes/dia} = \frac{t_{dia}}{T} = \frac{86{,}4 \cdot 10^3}{5{,}54 \cdot 10^3} = 15{,}6$ voltes.

b)

0,5 p. Calculem l'energia mecànica inicial a l'òrbita de 280 km d'altura: radi $r = 6{,}37 \cdot 10^6 + 2{,}8 \cdot 10^5 = 6{,}65 \cdot 10^6$ m.

L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i potencial:

$$E_{m\,ini} = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_{EEI} v^2 - G\,\frac{M_{EEI} M_T}{r} = \frac{1}{2} M_{EEI} G\,\frac{M_T}{r} - G\,\frac{M_{EEI} M_T}{r} = -G\,\frac{M_{EEI} M_T}{2r}$$

$$E_{m\,ini} = -G\,\frac{M_{EEI} M_T}{2r} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{4{,}3 \cdot 10^5 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{2 \cdot\, 6{,}65 \cdot 10^6} = -1{,}29 \cdot 10^{13}\text{ J}$$

0,25 p. El signe negatiu de l'energia mecànica indica que l'EEI està seguint una òrbita tancada (o lligada) al voltant de la Terra.

0,5 p. Sense tenir en compte l'atmosfera, es conservarà l'energia mecànica durant la caiguda, $E_{m\,ini} = E_{m\,fi}$ i l'energia mecànica final és $E_{m\,fi} = E_{c\,fi} + E_{p\,fi}$. Per tant, l'energia cinètica final amb què impactarà a l'aigua serà: $E_{c\,fi} = E_{m\,fi} - E_{p\,fi} = E_{m\,ini} - E_{p\,fi}$.

L'energia potencial final:

$$E_{p\,fi} = -G\,\frac{M_{EEI} M_T}{R_T} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{4{,}3 \cdot 10^5 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6} = -2{,}69 \cdot 10^{13}\text{ J}$$

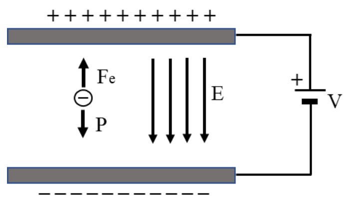
Per tant, l'energia cinètica final amb què impacta a l'aigua serà:

$$E_{c\,fi} = E_{m\,fi} - E_{p\,fi} = -12{,}896 \cdot 10^{12} + 26{,}925 \cdot 10^{12}\,J = 1{,}40 \cdot 10^{13}\text{ J}$$

EXERCICI 2, opció 1

a)

0,25 p. Esquema: han d'aparèixer les plaques metàl·liques horitzontals, el voltatge i les dues forces que actuen sobre l'electró.



0,25 p. Les dues plaques formen un condensador pla. La placa superior ha de tenir una càrrega positiva i la inferior negativa per crear un camp elèctric vertical i dirigit cap avall de manera que creï una força vertical cap amunt en la càrrega negativa de la gota per contrarestar el pes dirigit cap avall.

0,5 p. El potencial elèctric és l'integral del camp elèctric i en aquest cas on el camp és homogeni, $|\vec{E}| = \frac{V}{d} = \frac{2000}{0{,}02} = 10^5$ V/m.

0,25 p. El camp elèctric és homogeni i dirigit cap avall; per tant, les línies de camp seran línies verticals equiespaiades i cap avall.

b)

0,75 p. El pes de la gota és $P = m \cdot g$, i la massa la calculem amb la densitat i el volum de la gota esfèrica: $m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = 923 \cdot \frac{4}{3}\pi(1{,}08 \cdot 10^{-6})^3 = 4{,}87 \cdot 10^{-15}$ kg.

La força elèctrica és $|\vec{F_e}| = q|E|$.

En l'equilibri la força elèctrica sobre la gota ha de ser igual al seu pes: $F_e = P$.

Igualant les dues forces: $|\vec{F_e}| = P = m \cdot g$, per tant $q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{4{,}87 \cdot 10^{-15} \cdot 9{,}8}{10^5} = 4{,}77 \cdot 10^{-19}$ C

0,25 p. Dividint la càrrega per la càrrega de l'electró $|e|$ trobem el número d'electrons n:

$$n = \frac{4{,}77 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 3$$

0,25 p. Si la gota perd un electró, el mòdul de la força elèctrica esdevé menor que el pes, i la gota cau: $|\vec{F_e}| = q|E| < P$.

Alternativament, l'alumne/a ho pot justificar calculant la força elèctrica per dos electrons i el pes: $|\vec{F_e}| = q|E| = 3{,}20 \cdot 10^{-14}$N, $P = mg = 4{,}87 \cdot 10^{-15} \cdot 9{,}8 = 4{,}77 \cdot 10^{-14}$ N. I, per tant, $|\vec{F_e}| < P$, i la gota cau.

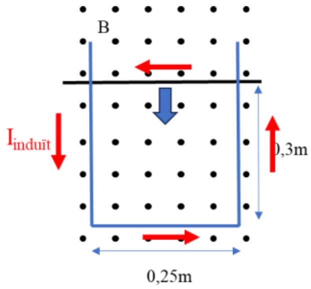
EXERCICI 2, opció 2

a)

0,5 p. El flux del camp magnètic és el producte escalar del camp magnètic per l'àrea del circuit. Calculem primer l'àrea del circuit en funció del temps: $A(t) = 0{,}25(0{,}3 - 5{,}0\ t)$.
El camp magnètic és perpendicular al circuit; per tant, paral·lel al vector de superfície i, en conseqüència, $\phi(t) = B \cdot A(t) = 2 \cdot 0{,}25(0{,}3 - 5{,}0\ t) = (0{,}15 - 2{,}5\ t)$Wb .

0,35 p. La força electromotriu és $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$=2,5 V.

0,4 p. El corrent induït sempre és contrari a la variació de flux de camp magnètic. En aquest cas, es redueix el flux i, per tant, el corrent induït crearà un camp magnètic en la mateixa direcció que el camp ja existent. Conseqüentment, la intensitat induïda gira en sentit antihorari.

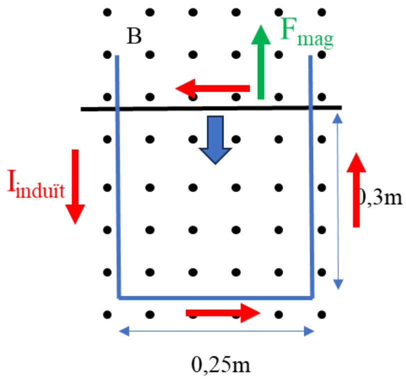


b)

0,25 p. Aplicant la llei d'Ohm, trobem la intensitat que circula pel circuit deguda a la força electromotriu induïda: $I = \frac{\varepsilon}{R}$= 2,5/50 = 0,05 A=50 mA.

0,5 p. La força magnètica que actua sobre la barra és $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$. La longitud de la barra i el camp magnètic són perpendiculars; per tant, el mòdul de la força magnètica serà: $F = IlB = 0{,}05 \cdot 0{,}25 \cdot 2 = 0{,}025$ N.

0,5 p. La direcció de la força és perpendicular a la barra i al camp i la regla de la mà dreta ens indica que és cap amunt en el pla del paper.
També es pot justificar a partir de la llei de Lenz: la força ha d'actuar de tal manera que s'oposi al moviment; com que es mou cap avall, la força apunta cap amunt.



EXERCICI 3, opció 1

a)

0,5 p. L'angle límit (o crític) és l'angle d'incidència respecte de la normal de la interfície pel qual l'angle de refracció és de 90 º, també respecte de la normal. A partir de la llei de Snell: $n_{bloc} sin\theta_i = n_{aire} sin\theta_r$.

Si l'angle refractat és 90º, l'angle d'incidència compleix: $sin\theta_{límit} = \frac{n_{aire}}{n_{bloc}} sin 90^o = \frac{n_{aire}}{n_{bloc}}$.

Per tant, l'angle límit serà: $\theta_{límit} = arcsin\left(\frac{n_{aire}}{n_{bloc}}\right)$.

0,25 p. L'angle límit per a les dades del problema és: $\theta_{límit} = arcsin\left(\frac{1}{1,58}\right) = 39,3\ ^o$.

0,5 p. El fenomen de la reflexió total i l'angle límit no es pot donar si invertim els medis. En aquest cas, la llum passaria d'un índex de refracció petit a un índex gran i, per tant, l'angle refractat seria menor que l'incident. Matemàticament, es pot deduir de la llei de Snell: $n_1 sin\theta_1 = n_2 sin\theta_2$, recordant que la funció sinus creix amb l'angle per angles petits. Per al nostre cas concret, l'angle límit hauria de complir $\theta_{límit} = arcsin\left(\frac{1,58}{1}\right)$, que no té solució.

b)

0,75 p. Per poder veure la moneda, la distància ha de ser menor que la que correspon a l'angle límit. Per a distàncies més grans, tindrem reflexió total i no podrem veure la moneda.

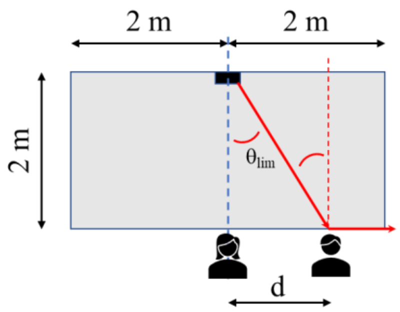
La relació entre la distància d i l'angle d'incidència θ_i és:

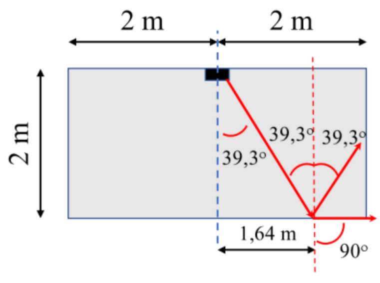
$$tg(\theta_i) = \frac{d}{2}$$

Calculem la distància màxima, la d per l'angle límit $\theta_{límit} = 39,3^o$: $d_{max} = 2 \cdot tg(\theta_{límit}) = 2 \cdot tg(39,3^o) = 1,635$ m

0,5 p. Esquema: angle reflectit igual a l'incident i angle refractat de 90 º

També és correcte indicar que no hi ha raig refractat.





EXERCICI 3, opció 2

a)

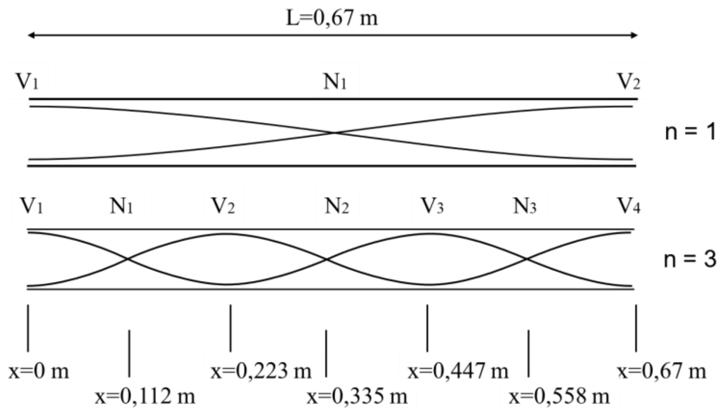
0,25 p. Ens diuen que la flauta travessera és un tub obert pels dos extrems. Les longituds ressonants seran: $\lambda_n = \frac{2\,L}{n}$ i utilitzant $\lambda \cdot f = v$; les freqüències ressonants seran $f_n = n\frac{v}{2\,L} = n\frac{343}{2\cdot 0{,}67} = n \cdot 256$ Hz . Per tant, el primer harmònic serà f_1=256 Hz.

0,25 p. Igualment, per al tercer harmònic : $f_3 = 3 \cdot 256\ Hz = 768$ Hz.

0,25 p. Tub amb els dos extrems oberts; té els ventres als extrems i la distància entre ventres de l'ona estacionària és mitja longitud d'ona, posició $x_V = n\frac{\lambda}{2}$. Els nodes entre ventres a mitja distància, $x_N = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$.

0,25 p. Per al primer harmònic: $\frac{\lambda_1}{2} = 0{,}67$ m; per tant: primer ventre: $x_{V1} = 0$; segon ventre: $x_{V2} = 0{,}67$ m , Node : $x_{N1} = 0{,}335$ m.

0,25 p. Per al tercer harmònic: $\frac{\lambda_3}{2} = 0{,}223$ m; per tant:
Primer ventre: $x_{V1} = 0$
Segon ventre: $x_{V2} = 0{,}223$ m
Tercer ventre: $x_{V3} = 0{,}447$ m
Quart ventre: $x_{V4} = 0{,}67$ m
Primer node : $x_{N1} = 0{,}112$ m
Segon node : $x_{N2} = 0{,}335$ m
Tercer node : $x_{N3} = 0{,}558$ m



b)

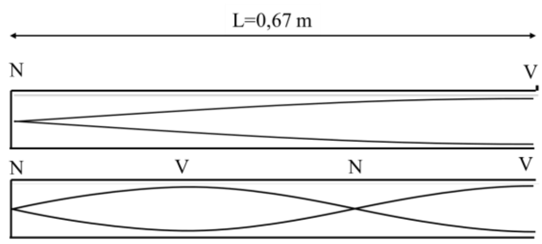
0,4 p. En el cas extrem tancat - extrem obert, la longitud d'ona de les ones estacionàries compleix $\lambda_n = \frac{4\,L}{n}$ i les seves freqüències corresponents són $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{4\,L}$ amb n=1,3,5.

Per tant, el primer mode de vibració correspon a n=1 i té longitud d'ona: $\lambda_1 = \frac{4\ 0{,}67}{1} = 2{,}68$ m i freqüència $f_{n1} = \frac{343}{2{,}68} = 128$ Hz.

0,35 p. El segon mode de vibració correspon a n=3 i té longitud d'ona: $\lambda_3 = \frac{4\ 0{,}67}{3} = 0{,}893$ m i freqüència $f_3 = \frac{343}{0{,}893} = 384$ Hz.

0,25 p. Dibuix del primer mode de vibració, harmònic fonamental.

0,25 p. Dibuix del segon mode de vibració.



EXERCICI 4

a)

0,25 p. Ens diuen que el nucli inicial té un excés de neutrons; per tant, s'estabilitzarà convertint un neutró en protó. Com que tindrem un protó de més, Z passa d'11 a 12 i, per tant, el nou element serà el magnesi-24.

1,0 p. En la reacció de transformació d'un neutró en un protó, s'emet un electró per respectar la conservació de la càrrega elèctrica.
O alternativament, ${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\bar{\nu}_e$.
Per tant, la reacció serà:

$${}_{11}^{24}Na \rightarrow {}_{12}^{24}Mg + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\bar{\nu}_e$$

b)

0,75 p. Per trobar l'activitat al cap de 10 h, necessitem el coeficient de desintegració λ que obtenim del temps de semidesintegració, que és el temps en reduir l'activitat a la meitat: $A(t) = \frac{A_0}{2} = A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ i per tant, $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$.
Directament obtenim:

$$\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}} = \frac{ln2}{15} = 4{,}62 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{h}^{-1}$$

L'activitat després de 10 hores:

$$A = A_0\, e^{-\lambda t} = 5{,}80 \cdot 10^5\, e^{-4{,}62 \cdot 10^{-2} \cdot 10} = 3{,}65 \cdot 10^5\ \mathrm{Bq}$$

0,5 p. Després de 10 h, l'isòtop de sodi injectat s'ha dissolt en tot el volum de sang. Sabent que l'activitat de 1,00 mL són 60 Bq i que la de tot el volum de sang és l'activitat que acabem de calcular, podem calcular el volum total de sang, ja que la proporció serà la mateixa:

$$\frac{3{,}65 \cdot 10^5\ \mathrm{Bq}}{V_{total}} = \frac{60\ \mathrm{Bq}}{1\ \mathrm{mL}}$$

Per tant:

$$V_{total} = 3{,}65 \cdot 10^5\ \mathrm{Bq} \cdot \frac{1\ \mathrm{mL}}{60\ \mathrm{Bq}} \frac{1\ \mathrm{L}}{1000\ \mathrm{mL}} = 6{,}09\ \mathrm{L}$$