

2.

- a) En primer lloc, hem de calcular el valor de la inversió a l'inici del dia, és a dir, quan $x = 0$. Observem que $f(0) = 250$; per tant, el valor inicial és de 250 euros. Al final del dia, quan $x = 24$ el valor de la inversió és de $f(24) = 1978$ euros. Per tant, durant el dia ha tingut un benefici de $1978 - 250 = 1728$ euros.

Per saber en quin instant del dia s'assoleix el valor màxim, comencem calculant la derivada de la funció

$$f'(x) = x^2 - 35x + 300$$

Si igualem la derivada a zero obtenim $x = \frac{35 \pm \sqrt{25}}{2}$; és a dir, tenim dues solucions $x = 15$ i $x = 20$. Per veure si són màxims o mínims relatius, podem estudiar el signe de la derivada. Veiem que

- $f'(x) > 0$ per $0 \leq x < 15$; per tant, aquí la funció és creixent.
- $f'(x) < 0$ per $15 < x < 20$; per tant, aquí la funció és decreixent.
- $f'(x) > 0$ per $20 < x \leq 24$; per tant, aquí la funció és creixent.

Obtenim, per tant, que la funció té un màxim relatiu en $x = 15$ i un mínim relatiu en $x = 20$.

L'instant en què la inversió assolirà el valor màxim és el màxim absolut de la funció $f(x)$ en el domini en què està definida $x \in [0, 24]$. A partir dels intervals de creixement i decreixement que hem obtingut, aquest màxim absolut només es podrà assolir o bé en el màxim relatiu $x = 15$ o bé en l'extrem superior de l'interval de definició $x = 24$.

Observem que $f(15) = 1937,5$; per tant, l'instant en què s'assoleix el màxim és al final del dia i aquest valor màxim és de $f(24) = 1978$ euros.

- b) Per saber l'instant en què el valor de la inversió ha estat mínim, a partir de l'estudi que hem fet dels intervals de creixement i decreixement de la funció, hem de comprovar el valor de la inversió en l'instant en què s'assoleix el mínim relatiu i en l'instant inicial. Observem que en $x = 20$ el valor de la inversió és de $f(20) = 1916,67$ euros.

Per tant, el mínim absolut s'assoleix en l'instant inicial $f(0) = 250$ euros, i, en particular, no hi ha cap instant en què el valor de la inversió hagi estat negatiu.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

- a) Obtenció del valor inicial: 0,25 punts. Càlcul dels beneficis al llarg del dia: 0,25 punts. Càlcul de la derivada: 0,25 punts. Trobar els punts on s'assoleixen els extrems relatius: 0,25 punts. Obtenció del màxim absolut i del valor màxim: 0,5 punts.
- b) Obtenció del mínim absolut i del valor mínim: 0,5 punts. Justificar que en cap moment la inversió ha estat negativa: 0,5 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL