

3.

- a) Anomenem X la variable "pes de la vaca". Ens demanen que calculem la $P(531 \leq X \leq 629)$. Sabem que X segueix una distribució normal de mitjana $\mu = 580$ i desviació típica $\sigma = 25$. Per tant, $Z = \frac{X-580}{25}$ segueix una distribució normal $(0,1)$. Aleshores,

$$\begin{aligned} P(531 \leq X \leq 629) &= P\left(\frac{531 - 580}{25} \leq \frac{X - 580}{25} \leq \frac{629 - 580}{25}\right) \\ &= P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95. \end{aligned}$$

Per tant, la probabilitat que el pes de la vaca estigui entre aquests dos valors és de 0,95.

- b) Tenim una mostra de mida $n = 10$. Calculem l'estimació puntual de la mitjana a partir de la mostra i obtenim que

$$\bar{x} = 581,4$$

D'altra banda, sabem que la desviació típica és $\sigma = 25$.

L'interval de confiança per a la mitjana d'una variable normal amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$, quan la variància σ^2 és coneguda, s'obté a partir de la fórmula

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right],$$

en què, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-z_\gamma \leq Z \leq z_\gamma) = \gamma$.

Per tant, tenim que els extrems de l'interval són

$$\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 581,4 - 1,96 \frac{25}{\sqrt{10}} = 565,9048$$

i

$$\bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 581,4 + 1,96 \frac{25}{\sqrt{10}} = 596,8952.$$

L'interval de confiança demanat és $[565'9048, 596'8952]$.

A partir del resultat anterior no podem afirmar, amb una confiança del 95%, que el pes de les vaques hagi canviat perquè el valor 580 està dins de l'interval que hem obtingut.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

- a) Plantejament correcte del problema: 0,5 punts. Obtenció del resultat: 0,5 punts.
- b) Càlcul de la mitjana: 0,5 punts. Interpretació correcta de la fórmula i substitució correcta de cada paràmetre pel seu valor: 0,25 punts. Resultat final: 0,25 punts. Justificació correcta de que no podem afirmar que el pes hagi canviat: 0,5 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL