

Exercici 1.

- a) La tarifa de la companyia A segueix la funció $f(x) = 0,4x + 20$. Mentre que la tarifa de la companyia B és $g(x) = 0,01x^2 + 0,1x + 10$.

Per trobar el preu de les tarifes si fem un recorregut de 10 km o de 80 km només hem de substituir:

$$f(10) = 24, \quad g(10) = 12.$$

Per tant, si fem un recorregut de 10 km la tarifa de la companyia A ens surt 12 euros més cara que la de la companyia B. D'altra banda,

$$f(80) = 52, \quad g(80) = 82.$$

En aquest cas la tarifa de la companyia A és 30 euros més econòmica que la tarifa de la companyia B.

Si substituïm $x = 0$ a la tarifa de la companyia B, observem que $g(0) = 10$, per tant, efectivament hi ha un cost fix de 10 euros només pel sol fet de pujar al taxi.

- b) Per trobar el valor pel qual les dues tarifes coincideixen hem de resoldre l'equació:

$$0,4x + 20 = 0,01x^2 + 0,1x + 10$$

$$x^2 - 30x - 1000 = 0 \text{ que té per solucions } x = 50 \text{ i } x = -20.$$

Descartem la segona solució perquè no té sentit en el context del problema i obtenim que per a una distància de $x = 50$ km, les dues tarifes coincideixen.

Per a distàncies entre 0 km i 50 km, observem que la segona tarifa és inferior a la primera. La diferència de preu entre totes dues tarifes si $x \in [0,50]$ vindrà donada per la funció:

$D(x) = 0,4x + 20 - (0,01x^2 + 0,1x + 10) = -0,01x^2 + 0,3x + 10$. Per trobar el màxim calculem la derivada:

$$D'(x) = -0,02x + 0,3,$$

la igualem a zero i obtenim $x = 15$.

Observem que es tracta d'un màxim perquè la derivada és positiva per a valors inferiors a $x = 15$, i, per tant, la diferència de preu és creixent, mentre que és negativa per a valors superiors a $x = 15$, i, per tant, la funció $D(x)$ és decreixent. Quan $x = 15$ la diferència de preu entre una tarifa i l'altra és de $D(15) = 12,25$ euros.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara. Si no és el cas, es pot descomptar fins a un màxim de 0,25 punts.

a) Trobar les tarifes de les dues companyies si fem un recorregut de 10 km: 0,25 punts. Trobar les tarifes de les dues companyies per al recorregut de 80 km: 0,25 punts. Calcular la diferència en els dos casos: 0,25 punts. Calcular el cost fix de la tarifa de la companyia B: 0,25 punts.

b) Calcular el valor pel qual les dues tarifes coincideixen: 0,5 punts. Trobar la funció que ens dona la diferència entre les dues tarifes: 0,25 punts. Trobar el valor pel qual s'assoleix el màxim: 0,25 punts. Justificar que es tracta d'un màxim: 0,25 punts. Trobar el valor de la diferència màxima de tarifes per distàncies inferiors a 50 km: 0,25 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL