

Exercici 4

OPCIÓ A

- a) Si el tractor fa el recorregut a x km/h, obtenim que el temps que trigarà a fer tot el trajecte és de $\frac{300}{x}$ hores. Per tant, el cost total del trajecte sumant les despeses de gasoil i el salari del conductor, en funció de la velocitat en quilòmetres per hora, x , serà:

$$C(x) = \left(5 + \frac{x^2}{98}\right) \cdot \frac{300}{x} \cdot 1,96 + \frac{300}{x} \cdot 14,70 = 300 \left(\frac{24,5}{x} + 0,02x\right).$$

- b) Sabem de l'apartat a) que els costos si el poble es troba a 300 km venen donats, en funció de la velocitat x , per la funció:

$$C_{300}(x) = 300 \left(\frac{24,5}{x} + 0,02x\right).$$

Pels mateixos arguments, si el poble està situat a 200 km o a 100 km la funció dels costos en funció de la velocitat x serà:

$$C_{200}(x) = 200 \left(\frac{24,5}{x} + 0,02x\right).$$

$$C_{100}(x) = 100 \left(\frac{24,5}{x} + 0,02x\right).$$

Substituint la velocitat x pels valors de 35, 25 i 15 km/h obtenim la matriu de costos en funció de la velocitat i de la distància del poble:

$$\begin{array}{ccc} & 100 & 200 & 300 \\ \begin{array}{c} 35 \\ 25 \\ 15 \end{array} & \begin{pmatrix} 140 & 280 & 420 \\ 148 & 296 & 444 \\ 580 & 1160 & 580 \end{pmatrix} \end{array}$$

Per trobar el cost de portar els tractors als diferents pobles, haurem de fer el producte de matrius:

$$\begin{pmatrix} 140 & 280 & 420 \\ 148 & 296 & 444 \\ 580 & 1160 & 580 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2100 \\ 2220 \\ 2900 \end{pmatrix}.$$

Obtenim que el cost de portar tots els tractors serà de 2.100 € si els tractors van a 35 Km/h; serà de 2.220 €, si circulen a 25 Km/h, i, finalment, serà de 2.900 € si van a 15 km/h.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara. Si no és el cas, es pot descomptar fins a un màxim de 0,25 punts.

a) Càlcul del temps necessari per fer el trajecte: 0,25 punts. Càlcul del cost del gasoil: 0,25 punts. Càlcul del cost del conductor: 0,25 punts. Obtenció de la funció que dona el cost en funció de x : 0,5 punts.

b) Obtenció de la matriu: 0,75 punts. Càlcul del producte de matrius: 0,25 punts. Resultat final: 0,25 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL

OPCIÓ B

- a) Per trobar el cost més econòmic cal buscar el mínim de la funció $C(x)$.
Comencem calculant la derivada:

$$C'(x) = -\frac{7350}{x^2} + 6$$

Si la igualem a zero obtenim que $x = \pm \sqrt{\frac{7350}{6}} = \pm 35 \text{ km/h}$

Descartem la solució negativa perquè no té sentit en el context del problema i observem que la derivada $C'(x)$ és negativa per a valors inferiors a $x = 35$ i, per tant, la funció $C(x)$ és decreixent, mentre que és positiva per a valors superiors a $x = 35$ i, per tant, la funció $C(x)$ és creixent. Així, doncs, en $x = 35$ hi trobem un mínim local.

El cost a aquesta velocitat serà de: $C(35) = \frac{7350}{35} + 6 \cdot 35 = 420 \text{ €}$

- b) Considerem la variable X que compta el nombre de cops que s'atura el conductor. Aquesta variable segueix una distribució binomial de paràmetres $n = 3$, perquè hi ha tres àrees de servei, i $p = \frac{1}{3}$ que correspon a la probabilitat que s'aturi a cada una de les àrees.

Per tant, la probabilitat que no s'aturi cap vegada és:

$$P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} = 0,2963.$$

D'altra banda, la probabilitat que s'aturi exactament dues vegades serà:

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9} = 0,2222.$$

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara. Si no és el cas es pot descomptar fins a un màxim de 0,25 punts.

- a) Càlcul de la derivada: 0,5 punts. Càlcul del punt on es troba el mínim: 0,25 punts. Justificació que es tracta d'un mínim: 0,25 punts. Càlcul del cost a aquesta velocitat: 0,25 punts.
- b) Identificació de la distribució binomial: 0,25 punts. Càlcul de la probabilitat que no s'aturi cap cop: 0,5 punts. Càlcul de la probabilitat que s'aturi exactament dos cops: 0,5 punts.