

1.

- a) Si x és el nombre de pereres addicionals a les 25 plantades inicialment, la producció de cada una de les $25 + x$ pereres serà de $370 - 10x$ peres.

La producció total serà el producte del nombre de peres per arbre pel nombre de pereres:

$$P(x) = (25 + x) \cdot (370 - 10x) \rightarrow P(x) = -10x^2 + 120x + 9250.$$

- b) Per buscar el punt on s'assoleix el màxim de la funció de producció, calculem la derivada i la igulem a zero:

$$P'(x) = -20x + 120 \rightarrow P'(x) = 0 \rightarrow x = 6$$

Observem que és un màxim perquè la derivada és positiva per a valors inferiors a 6 i, per tant, la funció és creixent per a $x < 6$, mentre que és negativa per a valors superiors a 6 i, per tant, la funció és decreixent per a $x > 6$.

Així doncs, el nombre total de pereres que caldrà plantar per hectàrea per obtenir una producció màxima serà de $25 + 6 = 31$ pereres per hectàrea.

La producció màxima serà de $P(6) = 31 \cdot 310 = 9610$ peres.

Per saber a partir de quin valor no hi haurà cap producció cal resoldre $P(x) = 0$

$$-x^2 + 12x + 925 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (925)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-12 \pm 62}{-2}.$$

Tenim dues solucions: $x = -25$ i $x = 37$. La primera correspon a no plantar cap perera per hectàrea i la segona correspon a plantar 37 pereres addicionals per hectàrea. En aquest cas la producció serà nul·la. És a dir, la producció serà nul·la si no es planta cap perera per hectàrea o si es planta un total de $25 + 37 = 62$ pereres per hectàrea.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

- a) Determinar la funció que dona el nombre de pereres en funció de x : 0,25 punts.
Determinar la funció que dona el nombre de peres per perera en funció de x :

0,25 punts. Determinar la funció que dona la producció de peres per hectàrea en funció de x : 0,5 punts.

- b) Càlcul de la derivada: 0,25 punts. Trobar el valor on s'assoleix l'extrem relatiu i justificació que es tracta d'un màxim: 0,25 punts. Nombre òptim de pereres per hectàrea: 0,25 punts. Producció màxima: 0,25 punts. Càlcul del nombre de pereres per hectàrea per tal que no hi hagi producció de peres: 0,5 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL