

4.

OPCIÓ A

a) Considerem les matrius:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} E & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 20 & 80 \\ 30 & 100 \\ 40 & 110 \end{pmatrix} \end{matrix} \text{ i } I = \begin{matrix} E \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 40.000 \\ 30.000 \end{pmatrix}.$$

Si fem el producte de $A \cdot I$ obtindrem els ingressos per la venda de tots els cotxes de cada línia.

$$A \cdot I = \begin{pmatrix} 20 & 80 \\ 30 & 100 \\ 40 & 110 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40.000 \\ 30.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.200.000 \\ 4.200.000 \\ 4.900.000 \end{pmatrix}.$$

Obtenim que la línia 1 generarà uns ingressos de 3.200.000 €, la línia 2 generarà uns ingressos de 4.200.000 € i la línia 3 uns ingressos de 4.900.000 €.

Considerem els esdeveniments:

E = el vehicle és de motor elèctric.

C = el vehicle és de motor de combustió.

D = el vehicle és defectuós.

A la fàbrica hi ha 90 cotxes elèctrics i 290 cotxes de motor de combustió. Per tant, si escollim un cotxe a l'atzar $P(E) = \frac{90}{90+290} = 0,2368$ i $P(C) = \frac{290}{90+290} = 0,7632$.

També sabem que $P(D|E) = 0,01$ i $P(D|C) = 0,02$.

Ens demanen la probabilitat $P(C|D)$.

Podem fer un diagrama d'arbre o bé calcular la probabilitat condicionada utilitzant la fórmula de Bayes

$$P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|C) \cdot P(C)}{P(D|E) \cdot P(E) + P(D|C) \cdot P(C)} = \frac{0,02 \cdot 0,7632}{0,01 \cdot 0,2368 + 0,02 \cdot 0,7632} = 0,8657.$$

b) La funció que representa la despesa acumulada després de cada x km recorreguts per cada tipus de vehicle ve donada per la despesa de compra més la despesa pels quilòmetres recorreguts.

Per als vehicles elèctrics, el preu de venda és de 40.000 euros i 1 euro cada 100 km recorreguts. Per tant, la funció que dona la despesa en euros en funció dels quilòmetres recorreguts serà:

$$D_E(x) = 40.000 + \frac{1}{100}x.$$

Mentre que per als vehicles de combustió aquesta funció serà:

$$D_T(x) = 30.000 + \frac{6}{100}x.$$

Inicialment surt més car el vehicle elèctric. Igualement les despeses per trobar a partir de quants quilòmetres sortirà més econòmic el vehicle elèctric.

$$40.000 + \frac{1}{100}x = 30.000 + \frac{6}{100}x \Rightarrow 10.000 = 0,05x \Rightarrow x = 200.000 \text{ km}$$

Als 200.000 km les despeses seran iguals. A partir dels 10 anys serà més econòmic el vehicle elèctric.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

- a) Obtenció de les matrius i càlcul del producte de matrius: 0,75 punts. Càlcul de la probabilitat demanada: 0,75 punts.
- b) Obtenció de les funcions que donen les despeses: 0,25 punts cadascuna. Obtenció del nombre d'anys a partir del qual surt més a compte el cotxe elèctric: 0,5 punts.

OPCIÓ B

- a) Si anomenem x la quantitat de vehicles elèctrics que hi ha a la línia 2 sabem que $40.000x + 3.000.000 = 3.720.000 \Rightarrow 40.000x = 720.000 \Rightarrow x = 18$, per tant a la línia 2 hi ha 18 vehicles elèctrics i 100 de combustió.

Considerem els esdeveniments:

E = el vehicle és de motor elèctric.

C = el vehicle és de motor de combustió.

D = el vehicle és defectuós.

A la línia 2 hi ha 18 cotxes elèctrics i 100 cotxes de motor de combustió. Per tant, si escollim un cotxe a l'atzar $P(E) = \frac{18}{18+100} = 0,1525$ i $P(C) = \frac{100}{18+100} = 0,8475$.

També sabem que $P(D|E) = 0,01$ i $P(D|C) = 0,02$.

Ens demanen la probabilitat $P(E|D)$

Podem fer un diagrama d'arbre o bé calcular la probabilitat condicionada utilitzant la fórmula de Bayes

$$P(E|D) = \frac{P(E \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|E) \cdot P(E)}{P(D|E) \cdot P(E) + P(D|C) \cdot P(C)} = \frac{0,01 \cdot 0,1525}{0,01 \cdot 0,1525 + 0,02 \cdot 0,8475} = 0,0825.$$

La probabilitat que sigui elèctric és de 0,0825.

- a) La funció que representa la despesa acumulada entre el preu de compra i els quilòmetres recorreguts x és:

$$D(x) = 30.000 + \frac{6}{100}x.$$

Per tant,

$$30.000 + \frac{6}{100}x = 36.000 \Rightarrow x = 100.000 \text{ km}$$

Així doncs, el vehicle ha recorregut 100.000 km.

Si el vehicle fos elèctric, la despesa acumulada seria de $40.000 + \frac{1}{100}x$, que substituint per $x = 100.000$ km, ens dona 41.000 euros.

Criteris de correcció:

Cal que la redacció de la resposta s'hagi fet de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

- a) Càlcul dels nombre de vehicles elèctrics a la línia 2: 0,5 punts. Càlcul de la probabilitat demanada: 1 punt.
- b) Càlcul del nombre de quilòmetres: 0,5 punts. Càlcul de la despesa d'un vehicle elèctric amb el mateix nombre de quilòmetres: 0,5 punts.

FORMACIOMIRO.COM
PART D'UN EXAMEN OFICIAL