

B.3.

a) El punto pedido es el pie de la recta s perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas. Así,

$$\vec{d}_s = \vec{n}_\pi = (1, 3, 2) \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 3\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Sea $\{P\} = s \cap \pi$. Como $\lambda + 9\lambda + 4\lambda + 14 = 0 \Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow P(-1, -3, -2)$.

b) La proyección buscada es $p \equiv \begin{cases} \pi : x + 3y + 2z = -14 \\ \pi' : 3x - y = 0 \end{cases}$, siendo π' el plano ortogonal a π que contiene al eje $OZ \Rightarrow \vec{n}_{\pi'} = \vec{n}_\pi \times \vec{d}_{OZ} = (3, -1, 0)$.

c) Sea t la recta que buscamos. Como $\left. \begin{array}{l} t \perp r \Rightarrow \vec{d}_t \perp \vec{d}_r \\ t \subset \pi \Rightarrow \vec{d}_t \perp \vec{n}_\pi \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{d}_t = \vec{d}_r \times \vec{n}_\pi = (2, 0, -1)$.

Como además $t \subset \pi$ y corta al eje $OZ \Rightarrow t$ pasa por el punto $\{Q\} = OZ \cap \pi \Rightarrow Q(0, 0, -7)$:

$$t \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 0 \\ z = -7 - \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$$